

**ĐỀ THI & GỢI Ý BÀI GIẢI MÔN TOÁN
TRƯỜNG CAO ĐẲNG KINH TẾ TP.HCM**

Khối A

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I : (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số trên.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết rằng tiếp tuyến này vuông góc với đường thẳng

$$d: y = -\frac{1}{9}x + 2$$

Câu II : (2 điểm)

1/ Giải phương trình : $\sin 2x \sin x + \cos 5x \cos 2x = \frac{1 + \cos 8x}{2}$

2/ Giải bất phương trình : $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} \leq 4$

Câu III : (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm A(2;1;-3), đường thẳng d: $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{2}$ và mặt

phẳng (P) : $x + y - z - 1 = 0$

1/ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P).

2/ Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$.

Câu IV : (2 điểm)

1/ Tính tích phân : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

2/ Cho ba số dương a, b, c. Chứng minh rằng : $\frac{2}{a^2 + bc} + \frac{2}{b^2 + ca} + \frac{2}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{ab}$

PHẦN TỰ CHỌN (Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai câu : V.a hoặc câu V.b)

Câu V.a. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1 : x + y + 1 = 0$; $d_2 : 2x - y - 1 = 0$ và điểm I (-2; 4). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua I sao cho Δ cắt d_1 và d_2 lần lượt tại hai điểm A, B mà I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

2) Tìm số nguyên dương n thỏa : $C_n^1 + 3C_n^2 + 3^2C_n^3 + \dots + 3^{n-1}C_n^n = \frac{2^{200} - 1}{3}$

Câu V.b. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2 điểm)

1) Giải phương trình : $\log_2^2(2-x) + \log_2(2-x) = \log_2(2x-x^2)$

2) Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B. Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ và $SA = a$. Một mặt phẳng qua A vuông góc SC tại H và cắt SB tại K. Tính thể tích khối chóp S.AHK theo a.

PHẦN ĐÁP ÁN

Câu I : $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C)

1/ mxđ D = R

$$y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

$$y'' = 6x - 6, y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \rightarrow y = 0$$

x	-∞	1	+∞
y''	-	0	+
(C)	(lồi)	ĐU (1,0)	lõm

x	-∞	0	2	+∞
y'	+	0	-	0
y	-∞	2 CĐ	-2 CT	+∞

2/ tt $\Delta \perp d \Rightarrow$ Pttt $\Delta : y = 9x + m$

$$\Delta \text{ tiếp xúc (C)} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = 9x + m \\ 3x^2 - 6x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow m = 7 \Rightarrow \Delta_1 : y = 9x + 7 \\ x = 3 \Rightarrow m = -25 \Rightarrow \Delta_2 : y = 9x - 25 \end{cases}$$

Câu II :

$$1/ \sin 2x \sin x + \cos 5x \cos 2x = \frac{1 + \cos 8x}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\cos x - \cos 3x] + \frac{1}{2} [\cos 7x + \cos 3x] = \frac{1 + \cos 8x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos x + \cos 7x = 1 + \cos 8x \Leftrightarrow 2\cos 4x \cos 3x = 2\cos^2 4x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \cos 4x = \cos 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{k2\pi}{7} \end{cases} \quad (k \in \mathbf{Z})$$

$$2/ \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x + 2\sqrt{x^2-1} \leq 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \sqrt{x^2-1} \leq 8-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 8-x \geq 0 \\ x^2-1 \leq x^2-16x+64 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 8 \\ 16x \leq 65 \Leftrightarrow x \leq \frac{65}{16} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{65}{16}$$

Câu III :

$$1/ A(2,1,-3) \quad d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{2}$$

$$(P) : x + y - z - 1 = 0$$

$$\begin{cases} \vec{a}_d = (2,1,2) \\ (P) = (1,1,-1) \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_\Delta = \begin{pmatrix} \vec{r} \\ \vec{r} \\ \vec{r} \end{pmatrix} = [\vec{a}_d, \vec{a}_P] = (-3, 4, 1)$$

$$\text{Pt } \Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$$

$$2/ M \in d \Rightarrow M(3+2t; 1+t; 5+2t)$$

$$d(M, (P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|3+2t+1+t-5-2t-1|}{\sqrt{1+1+1}} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow |t-2|=3 \Leftrightarrow \begin{cases} t=5 \Rightarrow M(13;6;15) \\ t=-1 \Rightarrow M(1;0;3) \end{cases}$$

Câu IV :

$$1/ I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx \Rightarrow \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \cdot \text{Chọn } v = -\frac{\cos 2x}{2}$$

$$I = -\frac{x \cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left[\frac{\sin 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$2/ \text{Cách 1 : Ta có : } a^2 + bc \geq 2a\sqrt{bc} \Rightarrow \frac{2}{a^2 + bc} \leq \frac{1}{a\sqrt{bc}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a^2 + bc} + \frac{2}{b^2 + ca} + \frac{2}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{a\sqrt{bc}} + \frac{1}{b\sqrt{ca}} + \frac{1}{c\sqrt{ab}}$$

$$= \frac{\sqrt{bc} + \sqrt{ca} + \sqrt{ab}}{abc} \leq \frac{\frac{b+c}{2} + \frac{c+a}{2} + \frac{a+b}{2}}{abc} = \frac{a+b+c}{abc} = \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$$

$$\text{Cách 2 : Áp dụng BĐT Cauchy, ta có : } a^2 + bc \geq 2a\sqrt{bc} \Rightarrow \frac{2}{a^2 + bc} \leq \frac{1}{a\sqrt{bc}}$$

$$\text{Tương tự } \frac{2}{b^2 + ac} \leq \frac{1}{b\sqrt{ac}} ; \frac{2}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{c\sqrt{ab}}$$

$$\frac{2}{a^2 + bc} + \frac{2}{b^2 + ca} + \frac{2}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{a\sqrt{bc}} + \frac{1}{b\sqrt{ca}} + \frac{1}{c\sqrt{ab}} \quad (1)$$

$$\text{Mặt kh ác : } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} \geq \frac{2}{a\sqrt{bc}} \\ \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} \geq \frac{2}{c\sqrt{ab}} \\ \frac{1}{bc} + \frac{1}{ab} \geq \frac{2}{b\sqrt{ac}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a\sqrt{bc}} + \frac{1}{b\sqrt{ac}} + \frac{1}{c\sqrt{ab}} \leq \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \quad (2)$$

Từ (1),(2) \Rightarrow Điều phải chứng minh.

Câu V.a

$$1/ A \in d_1 \Rightarrow A(a, -1-a)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(b, 2b-1)$$

$$I \text{ là trung điểm } AB \Leftrightarrow m_{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 2x_I \\ y_A + y_B = 2y_I \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -4 \\ 2b - a - 2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -4 \\ a - 2b = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(-6;5) \\ B(2;3) \end{cases} ; \overline{AB} = (8, -2) = 2(4, -1)$$

$$\text{Pt } \Delta \text{ qua } A, B : (x-2) + 4(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 4y - 14 = 0$$

$$2/ (1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + C_n^3 x^3 + \dots + C_n^n x^n$$

$$\text{Cho } x = 3 : 4^n = C_n^0 + 3C_n^1 + 3^2 C_n^2 + 3^3 C_n^3 + \dots + 3^n C_n^n$$

$$\Rightarrow 4^n - 1 = 3[C_n^1 + 3C_n^2 + 3^2 C_n^3 + \dots + 3^{n-1} C_n^n]$$

$$\text{Do pt : } 4^n - 1 = 4^n - 1 = 3 \frac{2^{200} - 1}{3} \Leftrightarrow 4^n = 4^{100} \Leftrightarrow \boxed{n=100}$$

Câu V.b

$$1/ \log_2^2(2-x) + \log_2 x \log_2(2-x) = \log_2(2x-x^2) \quad (1) \quad \text{đk} \begin{cases} x > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

$$(1) \Leftrightarrow \log_2(2-x) [\log_2(2-x) + \log_2 x] = \log_2(2x-x^2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2-x) \log_2(2x-x^2) = \log_2(2x-x^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(2x-x^2) = 0 \\ \log_2(2-x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-x^2 = 1 \\ 2-x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x+1 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x=1}$$

$$2/ \begin{cases} AK \perp SC (SC \perp (\alpha)) \\ AK \perp BC (BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp SB$$

Vì ΔSAB vuông cân tại A nên K là trung điểm SB. Ta có

$$\frac{V_{SAHK}}{V_{SABC}} = \frac{SA \cdot SK \cdot SH}{SA \cdot SB \cdot SC} = \frac{SK}{SB} \cdot \frac{SH}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SH}{SC}$$

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$$

$$SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

$$\frac{SH}{SC} = \frac{SH \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{a^2}{5a^2} = \frac{1}{5} \quad (\text{AH là đường cao của tam giác vuông SAC})$$

$$\frac{V_{SAHK}}{V_{SABC}} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}. \quad \text{Hơn nữa } V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{6} a^3 \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy: } V_{SAHK} = \frac{1}{10} V_{SABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{60}$$

TRẦN VĂN TOÀN (TT. LUYỆN THI ĐẠI HỌC VĨNH VIỄN)